半主动悬架的无迹卡尔曼状态观测器设计

李宗华，董明明，王玉帅

（北京理工大学机械与车辆学院，北京 100081）

摘　要：卡尔曼滤波器是线性动态系统中应用最广泛的一种状态估计方法。在非线性系统中，扩展卡尔曼滤波（EKF）和无迹卡尔曼滤波（UKF）被广泛应用，相比扩展卡尔曼滤波器，无迹卡尔曼滤波器准确度更高、更易于实现。在车辆动力学这种强的非线性系统中，无迹卡尔曼滤波器应用广泛。设计了一种基于无迹卡尔曼滤波器的半主动悬架系统状态观测器，讨论了不准确的过程噪声协方差Q和测量噪声协方差R、及测量信号组合的选择和不准确的模型参数对状态观测精度的影响，仿真结果表明不准确的过程噪声和测量噪声协方差、不合适的测量信号选择和模型参数不准确的干扰在不同程度上降低了状态估计精度。

关键词：无迹卡尔曼滤波器；状态观测器；噪声协方差；测量信号选择；参数干扰

中图分类号：TH16；U462.3　**文献标识码：**A　**文章编号：**1001-3997（2019）08-0004-04

DOI:10.19356/j.cnki.1001-3997.2019.08.002

State Observer Design for Semi-Active Suspension System Based on Unscented Kalman Filter

LI Zong-hua, DONG Ming-ming, WANG Yu-shuai

(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: *The Kalman filter (KF) is probably the most widely used estimation algorithm for dynamic system. However, KF is only reliable for systems that are linear on time scale of the updates. In nonlinear systems, unscented Kalman filter (UKF) is more widely used than extended Kalman filter (EKF) for its higher accuracy and easier implementation in recent years. UKF is also employed in vehicle dynamic system which is serious nonlinear. This paper presents a state observer design for semi-active suspension based on UKF. The effects of incorrect process noise covariance Q and measurement noise covariance R, selection of measurement signals set and parameters disturbance are discussed, and the simulation results show that incorrect noise covariance of process and measurement, unsuitable measurement signals set and model parameter disturbances reduce the estimation accuracy in varying degrees.*

Key Words: **UKF; State Observer; Noise Covariance; Selection of Measurement Signals; Parameter Disturbance**

1 引言

控制系统研究可以追溯到19世纪的动力学和稳定性原理研究。在控制系统中，状态观测器是一种反应物理系统特性的附加动力系统，它由物理系统的输入和输出驱动，提供系统内部状态估计。观测器设计的主要考虑因素是状态估计需和系统实际指标紧密联系[1]。状态观测器主要贡献源于卡尔曼在1960年提出的卡尔曼滤波（或者最佳状态观测）[2]。最初的卡尔曼滤波器只用来解决线性系统，然而线性系统多是近似于线型，严格来讲所有系统都是非线性的。没有某一种非线性滤波器会比其他非线性滤波器精度更高，但是所有的非线性滤波器都比线性滤波器更接近于真实情况。为了更好的解决非线性系统问题提出了扩展卡尔曼滤波和无迹卡尔曼滤波。无迹卡尔曼滤波器具有更好的准确性也更易实现，同时与扩展卡尔曼滤波器具有相同的计算阶数。近些年来，无迹卡尔曼滤波器成为解决非线性系统问题用途最广泛的估计算法之一。许多研究者在汽车动力学系统研究中用无迹卡尔曼滤波器来估计簧载质量速度、非簧载质量速度及其他无法直接测量的量。但是绝大多数的研究都假定确定的或者错误的过程和测量噪声协方差，只有极少数的研究者通过统计学预测错误的噪声协方差的影响。文献[3]提出了一种自适应车辆悬架系统的状态观测器并研究了测量信号的选择及不同的路面输入和车辆参数的影响，在研究中假定簧载质量速度和非簧载质量速度都是可测的。文献[4]在假定车辆装有标准传感器的情况下提出了一种车辆

来稿日期：2018-12-04

作者简介：李宗华，（1991-），男，河南襄城人，硕士研究生，主要研究方向：悬架及其部件设计、振动与噪声控制；

董明明，（1975-），男，河北石家庄人，博士研究生，副教授，主要研究方向：车辆动力学、悬架及其部件设计、振动与噪声控制

状态监测的新概念，他认为应当使用无迹卡尔曼滤波器作为估计目的，因为无迹卡尔曼滤波器是一种基于数值的有效的非线性随机估计法。文献[5]提出使用双重无迹卡尔曼滤波器来进行车辆内部参数识别，但是没有讨论参数干扰对估计准确性的影响。描述了错误的噪声协方差、测量信号组合的选择和模型参数干扰的影响，并可以扩展到不同的非线性悬架系统中。

2 非线性悬架模型

二自由度四分之一悬架模型包含了车辆垂向的基本信息[6]，其模型结构和参数[7]，如图 1、表 1 所示。

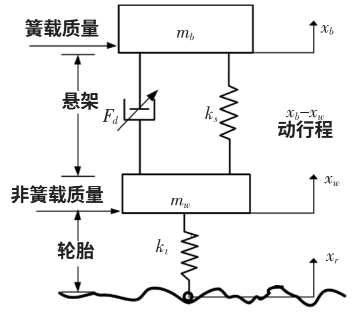

图 1 四分之一车辆模型

Fig.1 Model of Quarter Vehicle

表 1 四分之一车辆模型参数

Tab.1 Parameters of Quarter Vehicle Moel

符号	描述	值
m_b	簧载质量	410kg
m_w	非簧载质量	39kg
k_l	轮胎刚度	183000N/m
k_s	螺旋弹簧刚度	20000N/m
ε	刚度系数	3

模型的动力学方程如下：

$$m_b\ddot{x}_b+u+f_s=0$$

$$m_w\ddot{x}_w-u-f_s+k_t(x_w-x_r)=0 \tag{1}$$

式中：f_s—弹性力，它是关于动行程（用 x_b–x_w 来表示，x_b 和 x_w 分别表示簧载质量位移和非簧载质量位移）的非线性方程，它可以表示成如下的三次方程[8]：

$$f_s=k_s(x_b-x_w)+ek_s(x_b-x_w)^3 \tag{2}$$

式中：u—连续阻尼控制减振器（CDC）产生的阻尼力。使用天棚控制作为控制策略产生阻尼力 u。为了在半主动悬架系统中模仿天棚控制，其控制力需要满足的限制如下：

$$F_{sky}=\begin{cases}c_{sky}(\dot{x}_b),if(\dot{x}_b-\dot{x}_w)\cdot\dot{x}_b\geqslant 0\\ c_{\min}(\dot{x}_b-\dot{x}_w),if(\dot{x}_b-\dot{x}_w)\cdot\dot{x}_b<0\end{cases} \tag{3}$$

$$u=\mathrm{sat}\{F_{sky}\}$$

式中：sat{·}—F_{sky} 的饱和函数，阻尼特性，如图 2 所示。控制电流从（0~1.8）A，步长 0.2A[9]。

3 无迹卡尔曼滤波器

卡尔曼滤波器及其变形被认为是分析和解决各类状态观测问题的基本工具[10]。当其应用于车辆悬架系统时，是将悬架系统近似成一个线性系统。因此，包括扩展卡尔曼滤波器和无迹卡尔曼滤波器在内的非线性估计法由于其相比线性估计具有较高的准确性在车辆悬架系统状态观测中得到广泛应用。扩展卡尔曼滤波器是卡尔曼滤波器的一种简洁有效的递归更新形式，但它具有一定的局限性，须应用于准线性较高的系统中才能获得较好的结果。为了克服这种局限，将无迹变换（UT）应用在卡尔曼滤波更新均值和方差的过程中，发展成无迹卡尔曼滤波。正如文献[12]中提到的模拟一个非线性函数的近似概率分布信息相对于得到其近似的非线性方程或非线性变形要容易的多。所以，无迹卡尔曼滤波器和扩展卡尔曼滤波器相比具有更高的准确性、更易实现，并具有相同的计算阶数。

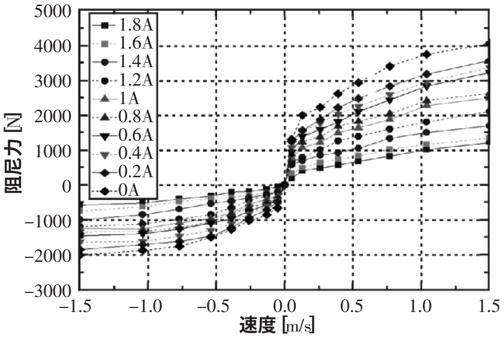

图 2 CDC 减振器的速度–力曲线图

Fig.2 Velocity–Force Map of CDC Damper

假定式（1）所示的非线性模型中极点 $\Delta t=t_k-t_{k-1}$ 为 0，可得非线性离散时间状态矢量空间：

$$x_k=Ax_{k-1}+B\left(u(x_{k-1})+ek_s(x_b-x_w)_{k-1}^{3}\right)+\Gamma\omega$$

$$y_k=Cx_k+D\left(u(x_k)+ek_s(x_b-x_w)_{k}^{3}\right)+\upsilon \tag{4}$$

式中：状态向量 $x=[x_b-x_w, x_w-x_r, \dot{x}_b, \dot{x}_w]$，四个状态参量分别是动行程、轮胎变形、簧载质量速度和非簧载质量速度；ω 是路面激励速度（或过程噪声）。系统矩阵如下：

$$A=E+\Delta t\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\dfrac{k_s}{m_b} & 0 & 0 & 0\\ \dfrac{k_s}{m_w} & -\dfrac{k_t}{m_w} & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$B=\Delta t\begin{bmatrix}0 & 0 & -\dfrac{1}{m_b} & \dfrac{1}{m_w}\end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\Gamma=\Delta t\,[0 \quad -1 \quad 0 \quad 0]^T \tag{7}$$

式中：y—输出矢量；C、D—矩阵；测量噪声 υ—测量信号（包括簧载质量加速度、非簧载质量加速度和动行程）的选择所决定。式（6）和式（7）可被简化成一个 n 状态的离散时间非线性系统：

$$x_k=f(x_{k-1},u_{k-1})+\Gamma\omega$$

$$y_k=h(x_k,u_k)+\upsilon \tag{8}$$

式中：$f(\cdot)$、$h(\cdot)$—状态的非线性传递过程和非线性方程。

使用上标“+”和“–”表示经验估计和先验估计，无迹卡尔曼滤波算法可被表示为如下形式：

（1）初始化，$t=0$；

$$\hat{x}_0^+=E(x_0)$$

$$P_0^+=E\left[\left(x_0-\hat{x}_0^+\right)\left(x_0-\hat{x}_0^+\right)^T\right] \tag{9}$$

（2）计算 sigma 点和权重

选择（$2n+1$）sigma 点 x_{k-1}^{0} 如下：

$$\hat{x}_{k-1}^{(0)}=\hat{x}_{k-1}^{+}$$

$$\hat{x}_{k-1}^{(i)}=\hat{x}_{k-1}^{+}+\tilde{x}^{(i)},i=1,\cdots,2n$$

$$\tilde{x}^{(i)}=\left(\sqrt{(n+\kappa)P_{k-1}^{+}}\right)_i^T,i=1,\cdots,n$$

$$\tilde{x}^{(n+i)}=-\left(\sqrt{(n+\kappa)P_{k-1}^{+}}\right)_i^T,i=1,\cdots,n \tag{10}$$

选择权重系数如下：

$$W^{(0)}=\frac{\kappa}{n+\kappa}$$

$$W^{(i)}=\frac{1}{2(n+\kappa)},i=1,\cdots,2n \tag{11}$$

式中：κ—常量，用来降低高阶均值误差和协方差近似值。

（3）预测

$$\hat{x}_k^{(i)}=f(\hat{x}_{k-1}^{(i)},u_{k-1})$$

$$\hat{x}_k^{-}=\sum_{i=0}^{2n}W^{(i)}\hat{x}_k^{(i)}$$

$$P_k^{-}=\sum_{i=0}^{2n}W^{(i)}(\hat{x}_k^{(i)}-\hat{x}_k^{-})(\hat{x}_k^{(i)}-\hat{x}_k^{-})^T+\Gamma Q\Gamma^T \tag{12}$$

式中：Q—过程噪声协方差，$Q=E(\omega\cdot\omega^T)$。

（4）更新

选择sigma点

$$\hat{x}_k^{(0)}=\hat{x}_k^{-}$$

$$\hat{x}_k^{(i)}=\hat{x}_{k-1}^{-}+\tilde{x}^{(i)},i=1,\cdots,2n$$

$$\tilde{x}^{(i)}=\left(\sqrt{(n+\kappa)P_{k-1}^{-}}\right)_i^T,i=1,\cdots,n$$

$$\tilde{x}^{(n+i)}=-\left(\sqrt{(n+\kappa)P_{k-1}^{-}}\right)_i^T,i=1,\cdots,n \tag{13}$$

计算预测均值和相关协方差

$$\hat{y}_k^{(i)}=h(\hat{x}_k^{(i)},u_k)$$

$$\hat{y}_k=\sum_{i=0}^{2n}W^{(i)}\hat{y}_k^{(i)}$$

$$P_y=\sum_{i=0}^{2n}W^{(i)}(\hat{y}_k^{(i)}-\hat{y}_k)(\hat{y}_k^{(i)}-\hat{y}_k)^T+R$$

$$P_{xy}=\sum_{i=0}^{2n}W^{(i)}(\hat{x}_k^{(i)}-\hat{x}_k^{-})(\hat{y}_k^{(i)}-\hat{y}_k)^T \tag{14}$$

更新均值和协方差

$$K_k=P_{xy}P_y^{-1}$$

$$\hat{x}_k^{+}=\hat{x}_k^{-}+K_k(y_k-\hat{y}_k)$$

$$P_k^{+}=P_k^{-}-K_kP_yK_k^T \tag{15}$$

式中：y_k—测量均值；R—测量噪声协方差，$R=E(\upsilon\cdot\upsilon^T)$。对 x_k 均值和协方差的最好的预测是 $\hat{x}_k^{+}$ 和 P_k^{+}，并将应用在下一步中。

4 过程和测量噪声的影响

假定 ω 和 υ 是均值为零且互不相关的白噪声，且实际协方差矩阵 Q 和 R 已知。

滤波器设计者给出确定的协方差 Q 和 R 是为了给出系统模型预测值和测量值的精确度。较大的过程噪声协方差意味着系统模型的预测结果是不精确的，应该更相信测量信号 较大的测量噪声协方差意味着测量信号有较大误差且应该更多的相信模型预测的结果。如果真实的噪声协方差已知，则能够得到最优解；然而精确的噪声协方差是很难甚至不可能得到的。用给定的但不准确的 Q 和 R 来估计簧载质量速度和非簧载质量速度，滤波器会获得一个差的结果。合适的 Q 和 R 可以使滤波器得到最优估计并使估计误差的方差最小化，但是并不能保证每一步都可以得到较好的结果，如图 3、表 2 所示。

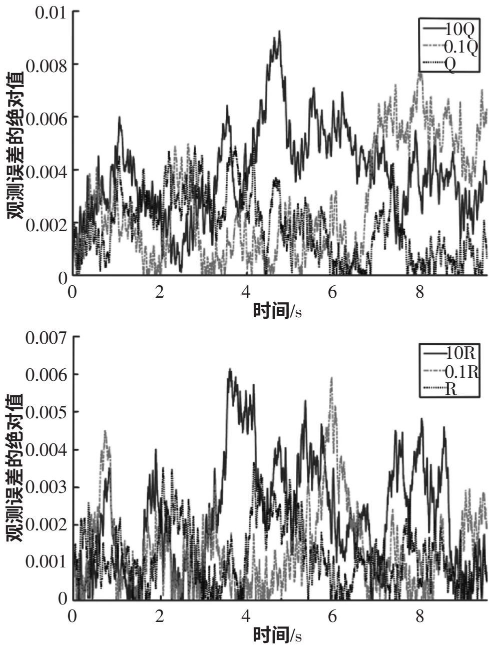

图 3 不同的 Q 和 R 得到的绝对估计误差

Fig.3 Absolute Estimation Error of Different Q and R

表 2 估计误差方差（10^{-5}）

Tab.2 Variance of Estimation-Error（10^{-5}）

10Q	Q	0.1Q	10R	R	0.1R
2.34	1.08	1.62	2.12	0.89	1.48

如上所述，估计精度很大程度上取决于合适的噪声协方差。在车辆系统中，过程噪声就是路面激励速度，而路面激励速度与路面激励和车速相关。合适的过程噪声协方差描述了路面和车速对悬架系统的影响大小。测量噪声与所选信号、行车条件和传感器灵敏度有关。然而这些噪声协方差很难或者不可能获得。但是，有很多方法可以近似的得到它们，如以系统状态和测量信号为基础来估计噪声协方差，滤波器通过预测估计和实际测量值的差来校正 Q 和 R。

5 测量信号组合的选择

研究不同的测量值对估计精度的影响是为了选择最好的测试信号或者测试信号的设置。为了评估不同的测量信号的影响，选用一个参数来定量的获得估计精度[3]：

$$P_i=\left[1-\frac{\sum_{k=1}^{N}\left[x_i(k)-\hat{x}_i(k)\right]^2}{\sum_{k=1}^{N}x_i(k)^2}\right]100\% \tag{16}$$

式中：N—仿真中实际样本点的个数，i（$i=1,2$，分别表示簧载质量速度和非簧载质量速度）是状态变量的下标，k 是采样点。

事实上，研究者更倾向于将簧载质量加速度和非簧载质量加速度作为测量信号。用动行程来作为测量信号之一，仿真中使

用三组测量值来获得最好的结果，测量值如下：(1) 簧载质量加速度和非簧载质量加速度 (S&U)；(2) 簧载质量加速度和动行程 (S&R)；(3) 簧载质量加速度、非簧载质量加速度和动行程 (S&U&R)。

估计精度指数，如表 3 所示（100 次仿真结果的均值）。很显然，第三组获得全局最优估计，两个速度的估计精度指数都接近与 100%；第二组精度也很高，但是次于第三组；第一组的精度最低。为了获得较好的估计精度，决定选用簧载质量加速度、非簧载质量加速度和动行程来作为测量信号。

表 3 估计精度指数 (%)
Tab.3 Estimate Accuracy Indices (%)

估计状态	S&U (第一组)	S&R (第二组)	S&U&R (第三组)
$\dot{x}_b$	95.89	99.07	99.54
$\dot{x}_w$	94.76	98.85	99.42

6 模型干扰的影响

无迹卡尔曼滤波器是建立在准确的模型基础上的，本节主要讨论模型干扰的影响。系统的实际参数与我们获得的参数是不精确的或者是时变的，因此研究这些干扰对观测器估计精度的影响程度很重要。假定参数 m_b 和 k_t 的误差是±10%，采用第四节式 21 所示的指数来定量的评价估计精度，如表 4 所示。仿真结果显示，$\dot{x}_b$ 和 $\dot{x}_w$ 的精度对系统模型参数 (m_b 和 k_t) 的变化不敏感，非簧载质量速度的估计精度指数减小了 17%，而簧载质量速度的估计精度指数只减小了 9%。

表 4 模型干扰指数 (%)
Tab.4 Indices of Model Disturbances (%)

$\dot{x}_b$ 和 $\dot{x}_w$ 估计精度		m_b 误差 -10	0	10
k_t 误差	-10	(86.41,92.18)	(88.08,95.50)	(83.68,93.56)
	0	(87.93,93.47)	(99.54,99.42)	(85.64,94.68)
	10	(82.78,91.43)	(84.26,95.04)	(81.73,91.52)

7 结论

基于四分之一车辆半主动悬架系统模型，设计了一种应用无迹卡尔曼滤波器的状态观测器。考虑了过程噪声协方差和测量噪声协方差对状态观测结果的影响，准确的协方差 Q 和 R 可以使状态观测结果具有较高的精度，并且估计结果误差的协方差最小；分别选择悬架动行程、簧载质量加速度和非簧载质量加速度不同的组合作为测量信号来研究选择不同测量信号组合的估计精度，全部测量这些信号时的结果是最精确的，只以悬架动行程和簧载质量加速度作为测量信号时也可以获得较好的精确度。当系统模型参数 (m_b 和 k_t) 有波动时，状态观测器对 $\dot{x}_b$ 和 $\dot{x}_w$ 的估计精度变化不大，相比于 $\dot{x}_w$，系统模型参数不准确对 $\dot{x}_b$ 估计精度的影响更小。

参考文献

[1] Trinh H,Fernando T.Functional observers for dynamical systems [J].Lecture Notes in Control and Information Sciences,2012,420(4):445–445.

[2] T.Basar.A new approach to linear filtering and prediction problems [C]//Wiley–IEEE Press,2009:35–45.

[3] F. YU,D.A. CROLLA.State observer design for an adaptive vehicle suspension [J].Vehicle System Dynamics,1998,30(6):457–471.

[4] Antonov S,Kugi A F A.Unscented kalman filter for vehicle state estimation [J].Vehicle System Dynamics International Journal of Vehicle Mechanics & Mobility,2011,49(9):1497–1520.

[5] Hong S,Lee C,Borrelli F.A novel approach for vehicle inertial parameter identification using a dual kalman filter [J].IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,2015,16(1):151–161.

[6] [德] Manfred, M,Wallentowitz, H 著,陈萌三,余强等译,2010,汽车动力学,北京,清华大学出版社.
(Manfred, M.,Wallentowitz, H.,2010,Vehicle Dynamics,Beijing,Tsing Hua University Press)

[7] Qin Y,Langari R,Gu L.The use of vehicle dynamic response to estimate road profile input in time domain [C]//ASME DSCC.2014:V002T27A002.

[8] Karnopp D C,Croby M J,Harwood R A.Vibration control using semi–active force generators [J].Journal of Engineering for Industry,1974,96(2):619–626.

[9] Qin Y.Research on vehicle semi–active suspension system based on road estimation [D].Beijing Institute of Technology,2016.

[10] Mcgee L A,Schmidt S F.Discovery of the kalman filter as a practical tool for aerospace and industry [J].Industry," National Aeronautics and Space Administration,Ames Research,1985.

[11] Mechanik L B F,Sharp R S.On the properties of a preview controlled discrete–time system with use of a state–observer–application to a limited–bandwith vehicle suspension [J].1998.

[12] Uhlmann J K,Uhlmann J K.Simultaneous map building and localization for real time applications. Technical report [J].1994.

(上接第 3 页)

[8] 盛选禹,雒建斌,温诗铸.相对湿度对几种摩擦副静摩擦系数的影响 [J].摩擦学学报,2001,21(1):42–45
(Sheng Xuan–yu,Luo Jian–bin.Effects of relative humidity onstatic friction coefficient of friction pairs [J].Tribology,2001,21(1):42–45)

[9] 王全兵,张志军,刘爱学.树脂基低摩擦因数摩阻材料研究 [J].塑料工业,2013,41(10):12–15
(Wang Quan–bing,Zhang Zhi–jun,Liu Ai–xue.Resin–based frictional material with low friction factor [J].Plastics Industry,2013,41(10):12–15)

[10] Wu Yuna,Liao Heng–cheng,Yang Jian.Investigation on corrosion behaviour of as–extruded near eutectic Al–Si–Mg alloy by neutral salt spray tes [J].China Foundry,2013,23(10):45–49.

[11] Lu G,Huang Y,En Y.Aging data analysis methods based on short–term aging test [C]//International Conference on Quality,Reliability,Risk,Maintenance,and Safety Engineering.IEEE,2012:905–908.

[12] 张付军.大型钢桥面铺装用环氧沥青混合料的疲劳性能研究 [D].湖南长沙:中南大学,2010:19–2.
(Zhang Fu–jun.Study on fatigue performance of epoxy asphalt mixture for large steel bridge pavement [D].Hu'nan Changsha:Central South University,2010:19–2)

[13] 耿九光,原健安.基于 Arrhenius 图的沥青使用寿命预估方法研究 [J].新兴建筑材料,2008(12):48–50.
(Geng Jiu–guang,Yuan Jian–an.Research on prediction methods of asphalt service life based on Arrhenius diagram [J].New Building Materials,2008(12):48–50)